

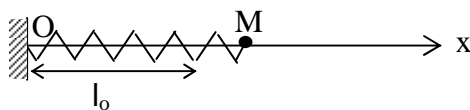
# TD MECANIQUE : Etude énergétique d'un point matériel

## Exercice 1 : Calcul de travaux

- **Travail d'une force constante (exemple du poids)**

- 1) Déterminer l'expression du travail d'une force constante  $\vec{F}_0$  au cours d'un trajet quelconque  $A_1A_2$ .
- 2) Application à la force de pesanteur terrestre.

- **Force de rappel d'un ressort**



Le point matériel M est soumis à la force  $\vec{f} = -k(\overline{OM} - \overline{OM}_0) = -k(x - l_0) \cdot \vec{e}_x$

Calculer le travail de  $\vec{f}$  lorsque M passe de A ( $x_A$ ) à B ( $x_B$ ).

- **Travail des forces de frottement**

### A) frottement solide :

Un point matériel M (masse m) glisse sur un rail horizontal. Le coefficient de frottement est noté f. Il part de O avec une vitesse initiale  $\vec{v}_0$  suffisante pour parvenir en B ( $x_B$ ) où il rebondit sur une paroi verticale, sa vitesse après le choc en B étant opposée à sa vitesse avant le choc, et repasse par le point A ( $x_A$ ) situé entre B et O.

- 1) Exprimer la force de frottement solide en fonction de m, f et g (module de l'accélération de pesanteur) à l'aide des lois de Coulomb rappelées ci-dessous.
- 2) Exprimer le travail de la force de frottement au cours :
  - a) du trajet direct OA
  - b) du trajet OBA.

**Rappel :** Les actions de contact obéissent aux lois de Coulomb :

\* **Absence de glissement** : M immobile sur le support S :  $\|\vec{R}_t\| \leq f_0 \cdot \|\vec{R}_n\|$   $f_0$  coefficient statique de frottement

\* **Glissement** du point matériel sur S :  $\|\vec{R}_t\| = f \cdot \|\vec{R}_n\|$  f coefficient dynamique de frottement (f=0 en l'absence de frottement)

### B) frottement fluide :

Un point matériel M, de masse m, est en mouvement circulaire uniforme (rayon R et vitesse  $v_0$ ). Il est soumis entre autre, à une force de frottement fluide  $\vec{f} = -\alpha \cdot \vec{v}$  ( $\alpha =$  constante positive).

Déterminer le travail de cette force après n tours complets.

- **Applications du théorème de l'énergie cinétique (TEC)**

### **Exercice 2 : Détermination d'une distance de freinage**

1) Déterminer la distance D de freinage d'une voiture lancée à la vitesse  $v_0$  sur une route horizontale en fonction de  $v_0$ , f (coefficient de frottement entre les roues et la route) et g (module de l'accélération de pesanteur).

Conseil : On utilisera le résultat trouvé à la question A)1) de l'exercice 1.

2) AN :  $v_0 = 40 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  ;  $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$  ;  $f = 0,6$  (route sèche) puis  $f = 0,2$  (route mouillée).

### **Exercice 3 : Le TEC, une approche différente du PFD**

1) Retrouver les deux expressions de la vitesse du solide au point A avec et sans frottement de l'exercice 4 du TD dynamique.

2) Retrouver l'expression de  $\dot{\theta}^2$  en fonction de  $\theta$ ,  $\dot{\theta}_0^2 = \dot{\theta}^2(t=0)$ , l,  $\theta_0$  (On prendra  $\theta_0 = 0$ ) et g de la question 2) de l'exercice 2 du TD dynamique.

### **Exercice 4 : Calcul d'énergie potentielle**

Déterminer les énergies potentielles dont dérivent les champs de forces suivants :

1) **Force constante** :  $\forall M \quad \vec{f}(M) = \vec{f}_0$ .

Application : déterminer l'énergie potentielle dont dérive la **force de pesanteur** en supposant l'accélération de la pesanteur  $\vec{g}$  constante. On prendra  $E_p = 0$  pour  $z = 0$ .

2) **Force de rappel élastique** :  $\vec{f} = -k(\overline{OM} - \overline{OM}_0) = -k(x - l_0) \cdot \vec{e}_x$

3) **Force newtonienne** (gravitationnelle ou électrostatique) :  $\vec{f}(M) = -K \frac{e_r}{r^2} \quad \overline{OM} = r \cdot \vec{e}_r$

- **Application du théorème de l'énergie mécanique (TEM)**

### **Exercice 5 : Le TEM, une approche différente du PFD**

1) Retrouver l'expression de l'équation différentielle vérifiée par X (allongement du ressort) de l'exercice 1 partie 1) **Cas d'un mouvement horizontal** du TD dynamique.

2) Retrouver l'expression de l'équation différentielle vérifiée par  $\theta$  de l'exercice 2 du TD dynamique.

### **Exercice 6 : Distance minimale d'approche**

Une particule  $\alpha$  (masse m et charge  $+2e$ ) est lancée vers un noyau immobile de charge Ze. La trajectoire est portée par la demi-droite Ox d'un référentiel galiléen dont l'origine est confondue avec le noyau. La particule vient de l'infini avec une vitesse  $\vec{v}_0$  très loin du noyau.

On rappelle que la charge  $Q = Ze$  en O exerce sur la charge  $q = 2e$  de la particule  $\alpha$  la force de Coulomb :

$$\vec{f} = \frac{q \cdot Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\overline{OM}}{OM^3}$$

1) Montrer que l'énergie mécanique de cette particule est une constante du mouvement.

2) Calculer cette énergie mécanique en J et en MeV ( $1\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{J}$ ).

3) Calculer la distance minimale d d'approche de la particule  $\alpha$  au noyau.

On donne  $Z = 56$  ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  ;  $m = 6,63 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  ;  $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9} \text{ S.I.}$  ;  $v_0 = 19\,200 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$ .