Tous les exercices sont indépendants et peuvent être traitées dans l'ordre choisi par le candidat. ***Cependant, aborder chaque exercice sur des feuilles séparées.***

La plus grande importance sera donnée à la qualité de la présentation et à la précision de l'argumentation des réponses.

Toute égalité non homogène ou résultat numérique sans unité sera pénalisé*.*

Les résultats seront mis en valeur (encadrés, soulignés ...).

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

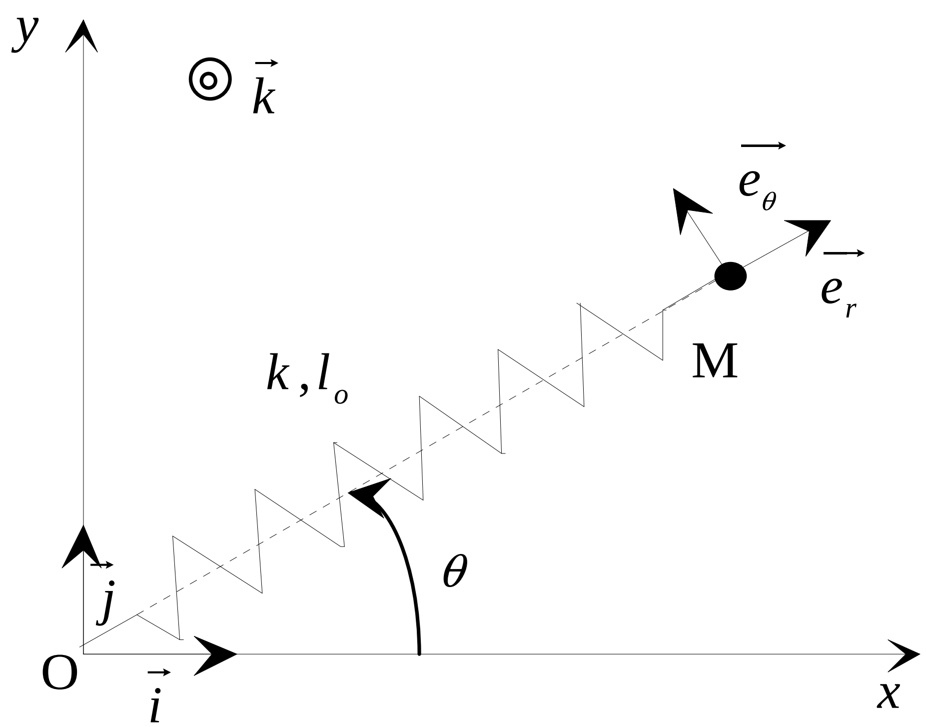
BON COURAGE !

--l'usage de la calculatrice n'est pas autorisé--------------------------------

Problème de mécanique : Etude d'un ressort dans deux référentiels

Attention : Ce n'est pas une étude comparée dans les deux référentiels.

A- Etude dans le référentiel R du laboratoire :



Le mouvement est étudié dans le référentiel du laboratoire assimilé à un référentiel galiléen et associé à un repère (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$). Un palet M de masse m peut se mouvoir **sans frottement** dans le plan (O, x, y) horizontal (table à coussin d'air par exemple). Le champ de pesanteur est suivant la verticale Oz : $\vec{g} = -g\vec{k}$.

La masse m est accrochée à l'extrémité d'un ressort (point M) de longueur à vide l_o, de raideur k , dont l'autre extrémité est fixée en O. La position de M est repérée dans la base ($\vec{i}$, $\vec{j}$) par $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$ ou dans la base ($\overrightarrow{e_r}$, $\overrightarrow{e_\theta}$) par $\overrightarrow{OM} = r\overrightarrow{e_r}$.

A-1 Faire un bilan des forces. Montrer qu'il y a conservation du moment cinétique, $\overrightarrow{L_o}$ par rapport à O.

A-2 A t=0, la masse est lâchée, sans vitesse initiale d'une longueur $1,2l_0$: $\overrightarrow{OM}(t=0)=1,2l_0\vec{i}$.

A-2-1 Calculer $\overrightarrow{L_o}$. Quelle est la nature de la trajectoire ?

A-2-2 Déterminer l'évolution temporelle de la longueur du ressort, $l(t)=OM(t)$. Préciser l'intervalle de variation de l, longueur du ressort.

A-3 On lance la particule d'un point $\overrightarrow{OM_o}=\overrightarrow{OM}(t=0)=l_1\vec{i}$, avec une vitesse initiale $\overrightarrow{v_o}=l_1\omega\vec{j}$, orthogonale à $\overrightarrow{OM_o}$. Dans la suite, on travaillera en coordonnées polaires dans le plan (O,x,y) .

A-3-1 Préciser $\overrightarrow{L_o}$ en fonction r et $\frac{d\theta}{dt}$ puis en fonction des conditions initiales et des vecteurs de base. On notera L, le module de $\overrightarrow{L_o}$.

A-3-2 Rappeler l'expression de l'énergie potentielle élastique.

Doit-on tenir compte de l'énergie potentielle de pesanteur pour étudier le mouvement ?

Montrer qu'il y a conservation de l'énergie mécanique E_m .

Préciser l'expression de E_m :

- **en fonction des conditions initiales,**
- **en fonction de r, $\frac{dr}{dt}$, $\frac{d\theta}{dt}$, m , k et l_o.**

A-3-3 Montrer que l'énergie mécanique peut s'écrire : $E_m=\frac{1}{2}m\left(\frac{dr}{dt}\right)^2+E_{eff}(r)$ **.**

Préciser l'expression de $E_{eff}(r)$. Tracer l'allure de $E_{eff}(r)$.

A-3-4 La masse peut-elle s'éloigner indéfiniment du pôle d'attraction ?

A-3-5 La vitesse de la particule peut-elle s'annuler au cours de son mouvement ?

A-3-6 La particule peut-elle passer par le centre d'attraction au cours de son mouvement ?

A-4 On cherche à déterminer une condition entre l_1 et ω pour avoir un mouvement circulaire.

A-4-1 Montrer que dans ce cas, le mouvement est uniforme.

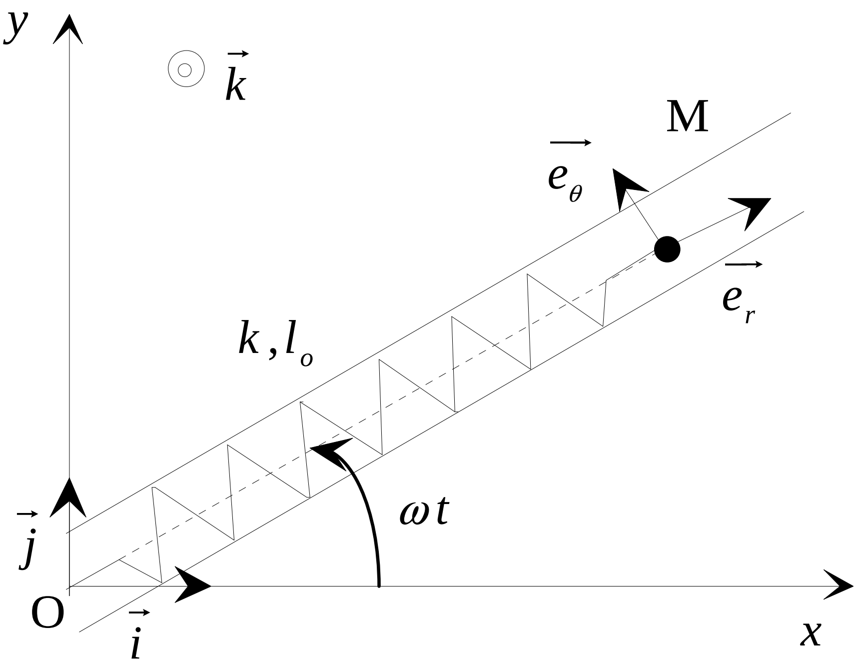
A-4-2 Déterminer l_1 en fonction de k, l_o et ω. Est-elle valable pour tout ω ?

B - Etude dans un référentiel R' en rotation uniforme autour d'un axe fixe :

Le mouvement est étudié dans le référentiel R' en rotation uniforme autour d'un axe Oz fixe, de vecteur vitesse $\vec{\Omega} = \omega\vec{k}$, et associé au repère (O, $\vec{e_r}$, $\vec{e_\theta}$, $\vec{k}$) .

On considère une particule M de masse m pouvant se mouvoir sans frottement le long de l'axe $(O, \vec{e_r})$. Le champ de pesanteur est toujours suivant la verticale Oz : $\vec{g} = -g\vec{k}$.

La masse m est accrochée à l'extrémité d'un ressort (point M) de longueur à vide l_o, de raideur k, dont l'autre extrémité est fixée en O. La position de M est repérée dans la base ($\vec{e_r}$, $\vec{e_\theta}$) par $\overrightarrow{OM} = r\vec{e_r}$.



B-1 Préciser les expressions vectorielles des forces d'inertie dans la base ($\vec{e_r}$, $\vec{e_\theta}$, $\vec{k}$).

B-2 Montrer que la force d'inertie d'entraînement dérive d'une énergie potentielle $E_{pf_{ie}}$ que l'on précisera.

B-3 En est-il de même pour la force d'inertie de Coriolis ou complémentaire ?

B-4 Déterminer l'énergie potentielle totale. Tracer l'allure de $E_p(r)$. On distinguera les 3 cas possibles selon la valeur de ω.

B-5 Déterminer la longueur l_2 correspondant à la position d'équilibre dans le référentiel R'.

A quelle condition sur ω le résultat est-il possible ? Cet équilibre est-il stable ?

Quel est alors le mouvement dans le référentiel du laboratoire R ?

B-6 Comparer l_2 à l_1 du paragraphe précédent. Conclusion.

--FIN du SUJET --