PHYSIQUE : Optique

1-1) Une lentille est mince si son épaisseur e est faible devant les 2 rayons de courbure des dioptres la constituant ainsi que devant la distance entre les centres de courbure. Alors, un rayon passant par le centre optique O n'est pas dévié.
On travaille dans le cadre de **l'approximation de Gauss** lorsque les rayons lumineux sont peu inclinés et peu écartés par rapport à l'axe optique (rayons paraxiaux). Dans ces conditions, la lentille est stigmatique et aplanétique approchés.

1-2) $A_{\in \text{axe optique}} \xrightarrow{L} A'_{\in \text{axe optique}}$

Formule de conjugaison de Descartes $\boxed{\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{f'}}$

---

2 -1) L'objet pour l'œil normal qui n'accommode pas doit être à l'infini. L'image du réticule par l'oculaire est donc à l'infini : $R \xrightarrow{L_2} R'_{\text{à l'infini}}$.

Le réticule doit être dans le plan focal objet de L_2 : $\boxed{d = f'_2 = 3{,}0 \text{ cm}}$

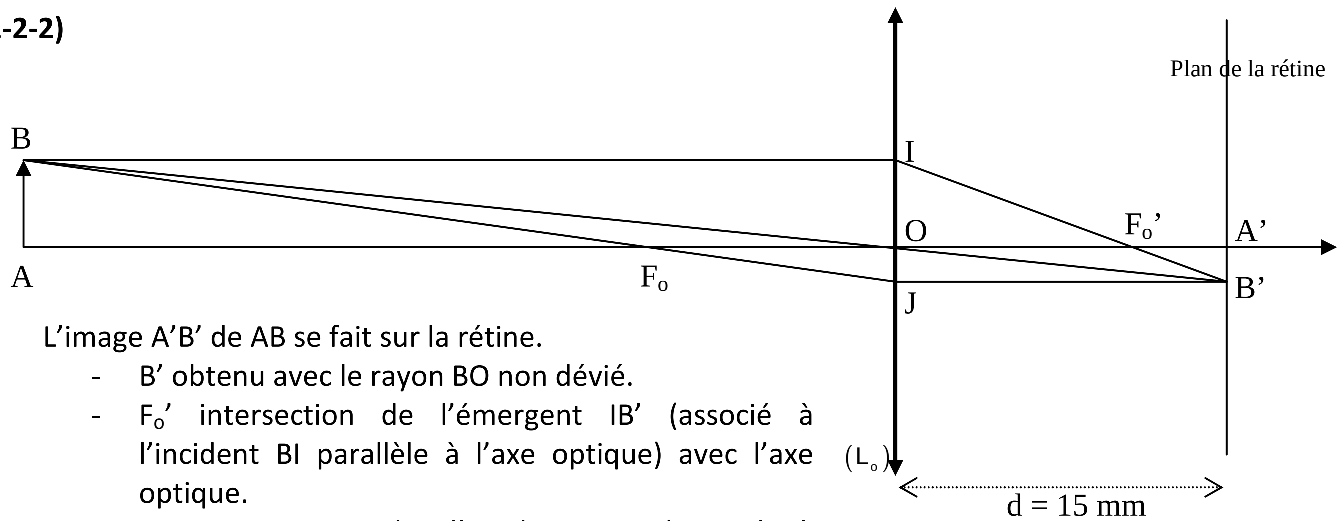
2-2-1) Soit un objet AB « observé » par l'œil, A étant sur l'axe optique de L_0, situé à la distance δ de son centre optique O. Son image par L_0 doit se former sur la rétine : $A \xrightarrow{L_0} A'$ avec $\overline{OA'} = d'$ et $\overline{OA} = -\delta$.

D'après la formule de conjugaison de Descartes il vient : $\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{d'} + \dfrac{1}{\delta} = \dfrac{1}{f'_o}$ soit $f'_o = \dfrac{\delta . d'}{\delta + d'}$

Au punctum proximum : $\boxed{f'_{o,1} = \dfrac{\delta_1 . d'}{\delta_1 + d'}}$

Au punctum remotum : $\boxed{f'_{o,2} = \dfrac{\delta_2 . d'}{\delta_2 + d'}}$

2-2-2)



L'image A'B' de AB se fait sur la rétine.

- B' obtenu avec le rayon BO non dévié.
- F_o' intersection de l'émergent IB' (associé à l'incident BI parallèle à l'axe optique) avec l'axe optique.
- F_o intersection de l'incident BJ (associé à l'émergent JB' parallèle à l'axe optique) avec l'axe optique.

Remarque : $\overline{OF_o} = -\overline{OF'_o}$

2-3) L'œil accommode au punctum remotum : l'image du réticule par l'oculaire (objet pour l'œil) doit être dans le plan perpendiculaire à l'axe optique situé à la distance δ_2 de l'œil donc de O_2 (œil accolé à l'oculaire) : $O_R \xrightarrow{L_2} O_R'$ avec O_R un point du réticule sur l'axe optique.

$\frac{1}{\overline{O_2O_R'}} - \frac{1}{\overline{O_2O_R}} = \frac{1}{f_2'}$ avec $\overline{O_2O_R'} = -\delta_2$ et $\overline{O_2O_R} = -d$ soit $-\frac{1}{\delta_2} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f_2'}$: $\frac{1}{d} = \frac{1}{f'_2} + \frac{1}{\delta_2}$

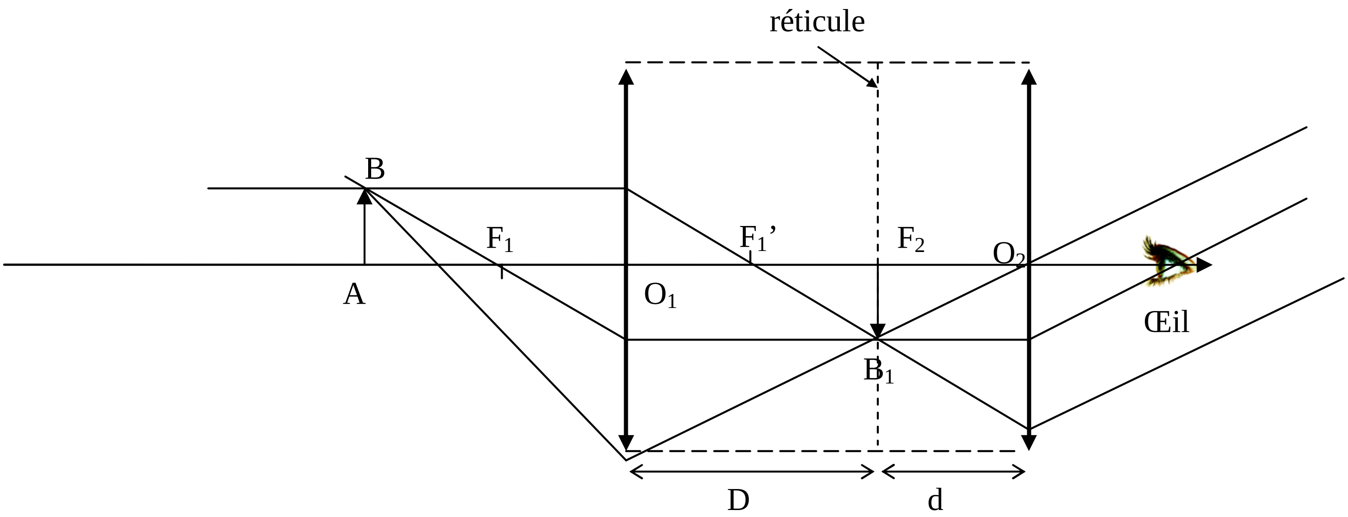
$$\boxed{d = \frac{\delta_2 . f'_2}{\delta_2 + f'_2}}$$

2-4-1) On cherche à voir simultanément l'objet visé et le réticule : l'image par l'objectif L_1 de l'objet visé AB doit se faire dans le plan du réticule. $A \xrightarrow{L_1} A_1 = O_R$

$$\boxed{\frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{f_1'} \quad \text{avec} \quad \overline{O_1A_1} = D \quad \text{soit} \quad \frac{1}{\overline{O_1A_1}} = \frac{1}{D} - \frac{1}{f_1'} \quad \overline{O_1A_1} = \frac{D.f'_1}{f'_1 - D} = -14\,\text{cm}}$$

2-4-2) L'objet visé doit être à 14 cm devant l'objectif. Cette position est indépendante de la nature de l'œil (seule la distance réticule- oculaire doit être réglée suivant la nature de l'œil).

2-4-3)



L'œil « normal » n'accommode pas, l'œil « observe » l'image finale par le doublet (L_1, L_2) de l'objet visé qui doit être à l'infini.
Le réticule et l'image A_1B_1 de AB par L_1 doivent être dans le plan focal objet de L_2 : $A_1 = F_2$. D'où la construction de B conjugué de B_1 par L_1. B_1 appartient au plan du réticule = plan focal objet de L_2

2-4-4) Viseur à frontale fixe car on pointe (voit nettement quelle que soit la nature de l'œil après réglage de l'oculaire) tout objet situé à la distance fixe $D_v = \frac{D.f'_1}{f'_1 - D}$ de l'objectif.

3) D'après ce qui précède **:**

visée 1 de l'objet $\overline{AO_{1,1}} = D_v$

visée 2 du centre optique O de L $\overline{OO_{1,2}} = D_v$

visée 3 de l'image par L de l'objet $\overline{A'O_{1,3}} = D_v$

$O_{1,i}$ = position du centre optique de L_1 pour chaque visée

Avec : $\overline{O_{1,1}O_{1,2}} = x_1$ et $\overline{O_{1,2}O_{1,3}} = -x_2$

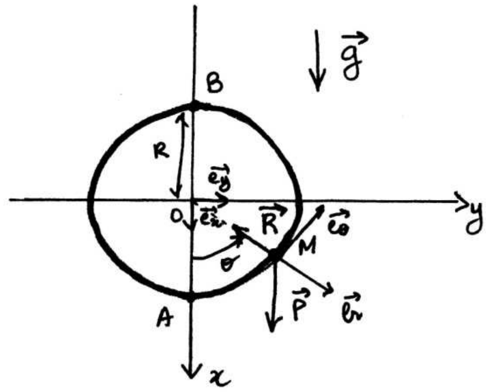
$$\boxed{\overline{OA} = \overline{OO_{1,2}} + \overline{O_{1,2}O_{1,1}} + \overline{O_{1,1}A} = D_v - x_1 - D_v = -x_1 \quad \text{et} \quad \overline{OA'} = \overline{OO_{1,2}} + \overline{O_{1,2}O_{1,3}} + \overline{O_{1,3}A'} = D_v - x_2 - D_v = -x_2}$$

Avec $$\boxed{\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_1} \qquad f' = \frac{x_1.x_2}{x_2 - x_1} = -20\,cm}$$

La lentille est divergente (f'<0).

PHYSIQUE : Mécanique

Etude énergétique du mouvement d'un anneau



<u>Système</u> : anneau M, supposé ponctuel, de masse m

<u>Référentiel</u> : terrestre R supposé galiléen associé au repère $(O; \vec{e_x}; \vec{e_y}; \vec{e_z})$

<u>Bilan des forces</u> : • Poids $\vec{P} = m\vec{g}$

• Réaction du support : $\vec{R} = \vec{N} + \vec{T}$ avec $\vec{T} = \vec{0}$ (mouvement sans frottement) et $\vec{R} = \vec{N} \perp \vec{e_\theta}$

$\boxed{1}$ • La réaction du support $\vec{R} = \vec{N}$ est orthogonale à la trajectoire donc elle ne travaille pas.

La seule force conservative est le poids dont l'énergie potentielle est $E_p = -mgx + C_1$

(Le signe − est dû au fait que l'axe (Ox) est vertical descendant et que E_p augmente avec l'altitude)

<u>En A</u>, $x = OA = R$ et $E_p(x = R) = 0$ d'où $0 = -mgR + C_1 \Rightarrow C_1 = mgR$

Par conséquent $\boxed{E_p = mg(R - x)}$

Or $x = OM\cos\theta = R\cos\theta$ d'où $\boxed{E_p = mgR(1 - \cos\theta)}$

$\boxed{2}$ $E_m = E_c + E_p$ avec $\begin{cases} E_c = \frac{1}{2}mv^2 \\ \vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \frac{d(R\vec{e_r})}{dt} = R\dot{\theta}\vec{e_\theta} \end{cases}$

d'où $\boxed{E_m = mgR(1 - \cos\theta) + \frac{1}{2}mR^2\dot{\theta}^2}$

On applique le <u>théorème de l'énergie mécanique à M dans R</u> : $dE_m = \delta W(\vec{F}_{\text{non conservatives}})$
$= \delta W(\vec{R})$

Or $\delta W(\vec{R}) = 0$ (voir 1) alors $dE_m = 0$ et $E_m = \text{cste}$: <u>l'énergie mécanique est conservée au cours du mouvement</u>

3] • A l'équilibre $\theta=\theta_e$: $\boxed{\left.\frac{dE_p}{d\theta}\right]_{\theta=\theta_e}=0}$

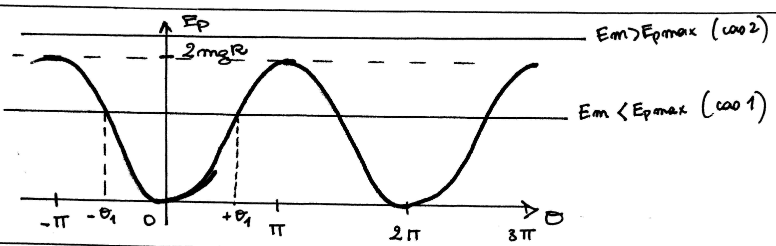
Soit $mgR\sin\theta_e=0$ d'où $\boxed{\theta_e=0\,[\pi]}$

Les positions d'équilibre de M sont les points A $(\theta=0)$ et B $(\theta=\pi)$

• $\frac{d^2E_p}{d\theta^2}=+mgR\cos\theta$ • $\boxed{\left.\frac{d^2E_p}{d\theta^2}\right]_{\substack{M=A\\ \theta=0}}>0}$: équilibre stable $(\cos\theta=1)$

• $\boxed{\left.\frac{d^2E_p}{d\theta^2}\right]_{\substack{M=B\\ \theta=\pi}}<0}$: équilibre instable $(\cos\theta=-1)$

4]



5] • L'énergie mécanique est une constante du mouvement $E_m(t)=E_m(t=0)$

avec $E_m(t=0)=\frac{1}{2}mv_0^2$ (M en A à la vitesse $\vec{v_0}=v_0\vec{e_y}=v_0\vec{e_\theta}$)

• $E_m=E_c+E_p$ avec $E_c\geqslant 0$ d'où $\boxed{E_m\geqslant E_p}$ ainsi le mouvement existe si $E_m\geqslant E_{p\,min}=0$

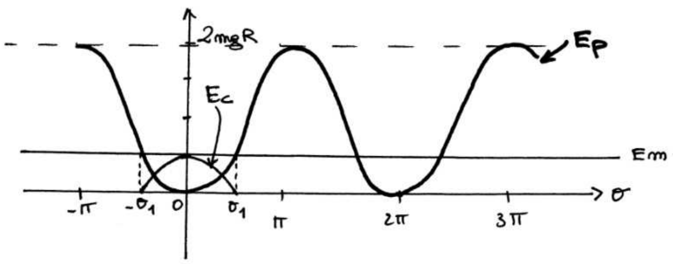
(*) $\boxed{\text{Cas 1}}$ $0\leqslant E_m<E_{p\,max}=2mgR \Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2<2mgR \Rightarrow \boxed{v_0<2\sqrt{gR}}$

Le mouvement de M est borné entre $-\theta_1$ et θ_1 (voir 4]) : état lié.

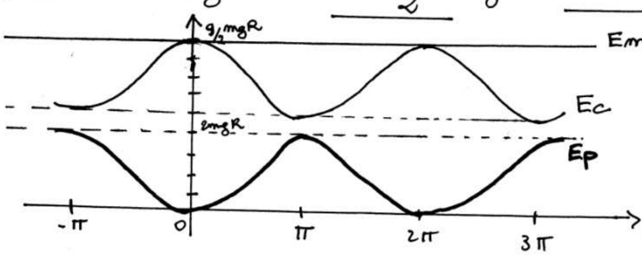
(*) $\boxed{\text{cas 2}}$ $E_m>E_{p\,max} \Rightarrow \boxed{v_0>2\sqrt{gR}}$

Le mouvement de M est libre : état de diffusion

b] cas 1 $v_0=\sqrt{Rg}$ d'où $E_m=\frac{1}{2}mRg$ et $E_c=E_m-E_p=mgR(-\frac{1}{2}+\cos\theta)$



c] cas 2 $v_0=3\sqrt{Rg}$ d'où $E_m=\frac{1}{2}m\,9Rg$ et $E_c=mgR(+\frac{7}{2}+\cos\theta)$

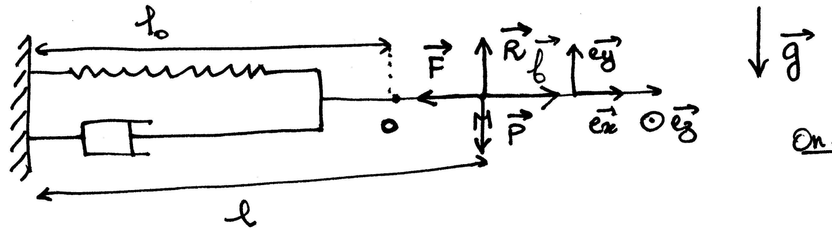


1] <u>Système</u> : bille M, supposée ponctuelle, de masse M.

<u>Référentiel d'étude</u> : laboratoire R supposé galiléen associé au repère $(O;\vec{e_x};\vec{e_y};\vec{e_z})$

<u>Bilan des forces</u> :
- Poids : $\vec{P} = m\vec{g} = -mg\vec{e_y}$ avec $g = \|\vec{g}\|$
- Force de rappel du ressort : $\vec{F} = -k(\ell - \ell_0)\vec{e_x}$
- Réaction du support : $\vec{R} = \vec{N} + \vec{T}$ avec $\begin{cases} \vec{N} \text{ composante normale} \\ \vec{T} \text{ composante tangentielle} \end{cases}$

  avec $\vec{T} = \vec{0}$ (M glisse sans frottement sur le support)
- Force de frottement fluide : $\vec{f} = -h\vec{v}$ (opposée à la vitesse de M : $h>0$)



<u>On suppose</u> : $\vec{v} = v\vec{e_x}$ avec $v < 0$ (pour le dessin

- La présence de <u>la force de frottement fluide</u> entraine une <u>perte d'énergie du système au cours du mouvement</u> : l'énergie mécanique n'est alors pas constante et le <u>système n'est pas conservatif</u>.

- $\vec{P}$ et $\vec{F}$ sont des forces dérivant d'une énergie potentielle : on dit qu'elles sont conservatives.

$\boxed{E_p(\vec{P}) = mgy + C_1}$ où C_1 est une constante

$\boxed{E_p(\vec{F}) = \frac{1}{2}k(\ell - \ell_0)^2 + C_2}$ où C_2 est une constante

---

2] <u>On applique le théorème de l'énergie mécanique à M dans R</u> :

$$dE_m = \delta W(\vec{F}_{\text{non conservatives}}) = \delta W(\vec{R}) + \delta W(\vec{f}) = \vec{R}\vec{v}dt + \vec{f}\vec{v}dt$$

Le mouvement de M étant horizontal $\left(\vec{v} = \frac{dx}{dt}\vec{e_x}\right)$, $\vec{R}$ est orthogonale au déplacement et donc ne travaille pas : $\delta W(\vec{R}) = 0$.

Ainsi $\boxed{dEm = -h v^2 dt}$ Au cours du mouvement $(dt > 0)$, $dEm < 0$: l'énergie mécanique diminue sous l'action de la force de frottement dissipative.

3] On applique le principe fondamental de la dynamique à M dans R (PFD)

$$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{P} + \vec{R} + \vec{f}$$

En prenant O (position de M quand le ressort est à sa longueur à vide) comme origine il vient :

$x = \overline{OM} = \ell - \ell_0$ d'où $\overrightarrow{OM} = x\vec{e_x}$, $\vec{v}(M) = \frac{dx}{dt}\vec{e_x}$; $\vec{a}(M) = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{e_x}$.

"PFD $\bullet \vec{e_x}$" : $m\vec{a}.\vec{e_x} = \vec{F}\vec{e_x} + \vec{P}\vec{e_x} + \vec{R}\vec{e_x} + \vec{f}\vec{e_x}$

$$\Rightarrow m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - h\frac{dx}{dt} \quad \text{car } \vec{P} \text{ et } \vec{R} \perp \vec{e_x}.$$

$$\Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{h}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = 0$$

Sous forme canonique il vient $\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0}$ avec

$$\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}}$$

$\frac{\omega_0}{Q} = \frac{h}{m}$ soit $\boxed{Q = \frac{\sqrt{km}}{h}}$

Tous les termes de l'équation différentielle ont la même dimension :

$*\left[\frac{d^2x}{dt^2}\right] = L.T^{-2} = [\omega_0^2 x] = [\omega_0]^2 L$ d'où $\boxed{[\omega_0] = T^{-1}}$

$*\left[\frac{d^2x}{dt^2}\right] = L.T^{-2} = \left[\frac{\omega_0}{Q}\frac{dx}{dt}\right] = \frac{[\omega_0]}{[Q]} \times \left[\frac{dx}{dt}\right] = \frac{T^{-1}.L.T^{-1}}{[Q]}$ d'où $\boxed{[Q] = 1 \text{ sans dimension}}$

4] a) La nature des solutions de l'équation différentielle dépend du signe du discriminant de l'équation caractéristique associée : $r^2 + \frac{\omega_0}{Q}r + \omega_0^2 = 0$

$$\Delta = \left(\frac{\omega_0}{Q}\right)^2 - 4\omega_0^2 .$$

Le régime est pseudo-périodique si $\Delta < 0$ soit $\left(\frac{1}{Q^2} - 4\right)\omega_0^2 < 0$ d'où

$$Q^2 > \frac{1}{4} \Rightarrow \boxed{Q > \frac{1}{2}}$$

---

b] Dans ce cas les racines de l'équation caractéristiques sont complexes conjuguées :

$$r_\pm = \frac{-\frac{\omega_0}{Q} \pm i\sqrt{|\Delta|}}{2} \Rightarrow r_\pm = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm i\omega_0\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} \Rightarrow r_\pm = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm i\omega$$

où ω est la pseudo-pulsation $\boxed{\omega = \omega_0\sqrt{1-\frac{1}{4Q^2}}}$

---

c] La solution de l'équation différentielle est donc de la forme :

(1) $\boxed{x(t) = e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}}\left(a\cos\omega t + b\sin\omega t\right)}$

ou

(2) $\boxed{x(t) = Ae^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}}\cos\left(\omega t + \varphi\right)}$

(ne donner qu'une forme sur les deux)

Détermination des constantes (a,b) ou (A,φ) à l'aide des conditions initiales :

$x(0) = x_0$ et $\frac{dx}{dt}(t=0) = 0$ (sans vitesse initiale).

(1) $\cdot\, x(0) = \boxed{a = x_0}$

$\cdot\, \frac{dx}{dt} = e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}}\left(-\frac{\omega_0}{2Q}\left[a\cos\omega t + b\sin\omega t\right] + \omega\left[-a\sin\omega t + b\cos\omega t\right]\right)$

d'où $\frac{dx}{dt}(t=0) = -\frac{\omega_0}{2Q}a + \omega b \Rightarrow \boxed{b = \frac{\omega_0}{2Q\omega}x_0}$

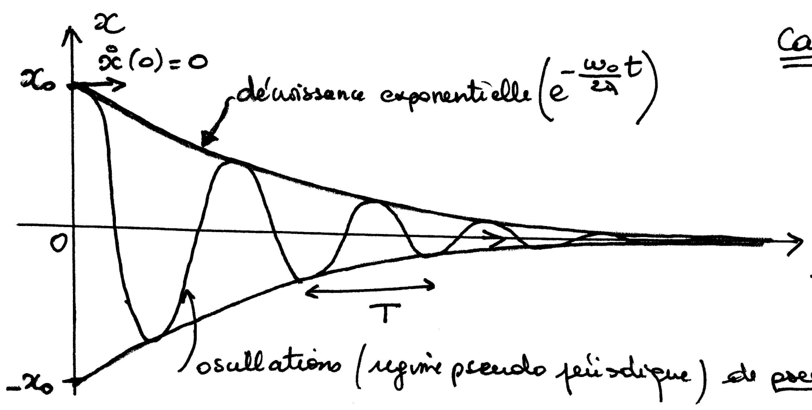
(2) $\cdot\, x(0) = A\cos\varphi = x_0 \Rightarrow \boxed{A = \frac{x_0}{\cos\varphi}}$ $(\cos\varphi \neq 0)$

$\cdot\, \frac{dx}{dt} = Ae^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}}\left[-\frac{\omega_0}{2Q}\cos(\omega t + \varphi) - \omega\sin(\omega t + \varphi)\right]$

d'où $\frac{dx}{dt}(t=0) = A\left(-\frac{\omega_0}{2Q}\cos\varphi - \omega\sin\varphi\right) \Rightarrow \boxed{\tan\varphi = -\frac{\omega_0}{2Q\omega}}$

---

d)



Cas $\cdot\, x_0 > 0$
$\cdot\, Q \gg 1$ (amortissement faible)

Le point M revient à sa position d'équilibre $x=0$ en oscillant.

CHIMIE : Détermination d'un produit de solubilité

1) Le pont salin assure la jonction électrique entre les deux demi-piles.

---

2) $\boxed{\text{Demi-pile } ①}$

Couple rédox : Ag^+/Ag : $Ag^+ + \bar{e} = Ag_{(s)}$ $\quad E_1(Ag^+/Ag) = E°(Ag^+/Ag) + 0{,}06 \log [Ag^+]_1$

Or la concentration en ion argent est très faible ("une goutte de solution très diluée de nitrate d'argent") et la présence du trouble blanchâtre témoigne de l'existence du précipité de chlorure d'Argent formé par l'équation $Ag^+ + Cl^- = AgCl_{(s)}$ et associé au produit de solubilité $K_S = [Ag^+]_1[Cl^-]$.

Par conséquent, les ions Ag^+ sont minoritaires et les ions Cl^- sont majoritaires et n'ont quasiment pas été consommés par l'apparition du précipité (vu la faible quantité d'ions Ag^+ ajoutés).

Par conséquent le potentiel s'écrit $\boxed{E_1(Ag^+/Ag) = E°(Ag^+/Ag) + 0{,}06 \log \frac{K_S}{[Cl^-]}}$

avec $[Cl^-] = C$.

$\boxed{\text{Demi-pile } ②}$

$\boxed{E_2(Ag^+/Ag) = E°(Ag^+/Ag) + 0{,}06 \log [Ag^+]_2}$ avec $[Ag^+]_2 = C$.

---

3) Comme $[Ag^+]_1 < [Ag^+]_2$ alors $\boxed{E_1(Ag^+/Ag) < E_2(Ag^+/Ag)}$.

Le demi-pile ① constitue le pôle ⊖ et la demi-pile ② le pôle ⊕.

---

4) La force électromotrice : $U = E_2(Ag^+/Ag) - E_1(Ag^+/Ag) > 0$

D'après la question 2) il vient : $U = 0{,}06 \log [Ag^+]_2 - 0{,}06 \log \frac{K_S}{[Cl^-]}$ soit $\boxed{U = 0{,}06 \log \frac{[Ag^+]_2[Cl^-]}{K_S}}$

---

5) $[Cl^-] = [Ag^+]_2 = C$ d'où $U = 0{,}06 \log \frac{C^2}{K_S}$ soit $\boxed{K_S = C^2 \, 10^{-\frac{U}{0{,}06}}}$

A.N. : $K_S = (5.10^{-3})^2 . 10^{-\frac{0{,}300}{0{,}06}} = 25.10^{-6}.10^{-5}$ soit $\boxed{K_S = 2{,}5.10^{-10}}$

6] • Couple rédox $AgCl_{(s)}/Ag_{(s)}$ $\quad AgCl_{(s)} + \bar{e} = Ag_{(s)} + Cl^-$

$$E(AgCl/Ag) = E°(AgCl/Ag) + 0{,}06 \log \frac{1}{[Cl^-]}$$

• Dans le bécher ① on a l'égalité des potentiels des différents couples soit $E(AgCl/Ag) = E(Ag^+/Ag)$

d'où $\quad E°(AgCl/Ag) + 0{,}06 \log \frac{1}{[Cl^-]} = E°(Ag^+/Ag) + 0{,}06 \log [Ag^+]$

$\Rightarrow \quad E°(AgCl/Ag) = E°(Ag^+/Ag) + 0{,}06 \log [Ag^+][Cl^-]$

$\Rightarrow \quad \boxed{E°(AgCl/Ag) = E°(Ag^+/Ag) + 0{,}06 \log K_s}$

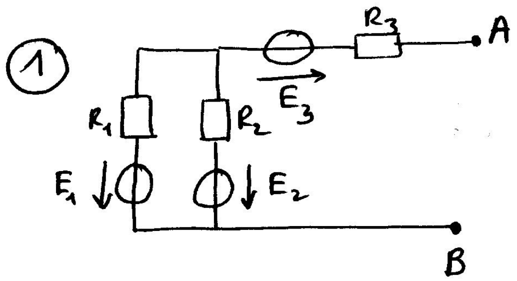
AN : $E°(AgCl/Ag) = 0{,}80 - 0{,}58$ soit $\boxed{E°(AgCl/Ag) = 0{,}22\ V}$

---

7) $E°(AgCl/Ag) < E°(Ag^+/Ag)$: la précipitation diminue le pouvoir oxydant de Ag^+.

PHYSIQUE : Electrocinétique

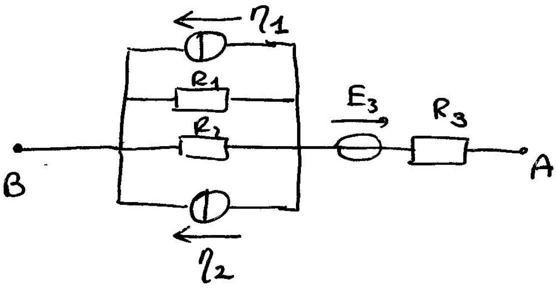
1



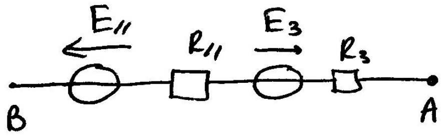
Equivalence Thévenin/Norton

$\eta_1 = \dfrac{E_1}{R_1}$

$\eta_2 = \dfrac{E_2}{R_2}$

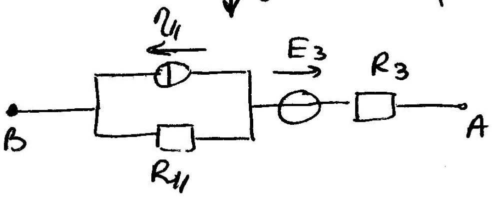


$\eta_{//} = \eta_1 + \eta_2$ $\quad R_{//} = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ (résistances en parallèles)

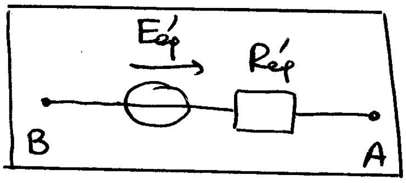


Equivalence Thévenin - Norton

$E_{//} = \eta_{//} R_{//}$



$E_{ép} = E_3 - E_{//}$ $\quad R_{ép} = R_{//} + R_3$ (résistances en série)



avec

- $E_{ép} = E_3 - E_{//} = E_3 - \eta_{//} R_{//} = E_3 - (\eta_1 + \eta_2) \times \left(\dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right)$

$\Rightarrow E_{ép} = E_3 - \left(\dfrac{E_1}{R_1} + \dfrac{E_2}{R_2}\right)\left(\dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right)$

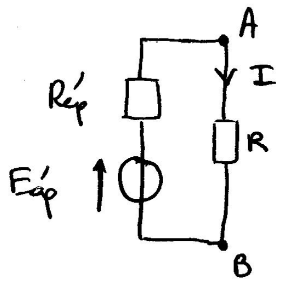
$\Rightarrow \boxed{E_{ép} = E_3 - \dfrac{R_2 E_1 + R_1 E_2}{R_1 + R_2}}$

$\Rightarrow E_{ép} = 2e - \dfrac{2re}{2r} \Rightarrow \boxed{E_{ép} = e}$

- $\boxed{R_{ép}} = R_{//} + R_3 = \boxed{\dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3}$

$\Rightarrow R_{ép} = \dfrac{r^2}{2r} + 2r \Rightarrow \boxed{R_{ép} = \dfrac{5}{2} r}$

2



Loi de Pouillet : $\boxed{I = \dfrac{E_{ép}}{R_{ép} + R}}$

$$\boxed{I = \dfrac{e}{\frac{5}{2} r + R} = \dfrac{2e}{5r + 2R}}$$